Corrigé brevet mathématiques 2016

Exercice 1

Pour chaque question il est indiqué que le composant est choisi au hasard sans précision, on admettra ici qu'il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

1) **La probabilité que le composant sélectionné au hasard parmi ceux de l'usine A soit défectueux est de $\frac{27}{500}$**

   (27 composants défectueux sur 500 au total)

2) Il y a au total 65 composants défectueux $(27 + 38)$. **La probabilité qu'un composant défectueux vienne de l'usine A est $\frac{27}{65}$**

3) $\frac{38}{500} \times 100 = 7{,}6$. 7,6% des composants de l'usine B sont défectueux

Le contrôle n'est donc pas satisfaisant.

Exercice 2

1) Avec le programme A : $2 \times (-2) = -4$ $\quad -4 + 13 = 9$
   Le résultat obtenu en prenant 2 comme nombre de départ est bien 9.

2) *Plusieurs méthodes sont possibles :*

- On peut tout simplement effectuer des tests jusqu'à trouver le bon nombre de départ
- On peut nommer x le nombre de départ.
  Le résultat final du programme B correspond à l'expression $(x - 7) \times 3 = 3x - 21$

Le problème consiste à résoudre l'équation $3x - 21 = 9$

$3x = 9 + 21$

$x = \frac{30}{3}$

$x = 10$

Il faut donc choisir 10 comme nombre de départ avec le programme B pour obtenir 9 comme résultat final.

3) De la même manière en prenant x comme nombre de départ, le résultat final du programme A correspond à l'expression $-2x + 13$

On cherche donc à savoir si l'équation $-2x + 13 = 3x - 21$ possède une solution.

$13 + 21 = 3x + 2x$

$34 = 5x$

$x = \frac{34}{5}$

$x = 6{,}8$ 6,8 est l'unique solution de cette équation.

On en déduit que **le nombre 6,8 est la seule valeur de départ possible** permettant au programme A et au programme B de donner le même résultat.

Exercice 3

Il est clairement indiqué dans l'énoncé qu'une rédaction parfaitement rédigée n'est pas nécessaire.

Figure 1 : On peut utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B avec BC= 6 cm et AC=12 cm

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$12^2 = AB^2 + 6^2$

$AB^2 = 144 - 36 = 108$

$AB = \sqrt{108} \approx 10{,}4$ car $AB > 0$

Le segment [AB] mesure donc environ 10,4 cm.

Figure 2 : *Un triangle rectangle avec un angle aigu connu, c'est un problème de trigonométrie.*

Dans le triangle ABC rectangle en A

$\sin\widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$
$\sin 53° = \frac{AB}{36}$
$AB = 36 \times \sin 53°$
$AB \approx 28{,}8$

Le segment [AB] mesure donc environ 28,8 cm.

Figure 3 : *Le vocabulaire est un peu déstabilisant, la longueur du cercle correspond simplement à son périmètre.*
[AB] est un diamètre du cercle.

La formule pour calculer le périmètre d'un cercle est $2 \times rayon \times \pi$ ou $diamétre \times \pi$

Nous avons donc $AB \times \pi = 154$ d'où $AB = \frac{154}{\pi} \approx 49$

Donc le segment [AB] mesure environ 49 cm.

Exercice 4

Plusieurs méthodes sont possibles pour obtenir le prix final après une réduction en pourcentage.

- *Calculer les 30% puis faire une soustraction.*
- *Considérer qu'après une réduction de 30%, il ne reste que 70% du prix initial. Cette méthode permet normalement des calculs plus rapides.*

1) On calcule 30% de 54€, $30 \times 54 \div 10 = 16{,}2$. On soustrait au prix initial :$54 - 16{,}2 = 37{,}8$.
   Le prix de cet article après la réduction est de 37,80 €

2) A) On attendait la formule « $\underline{= B1 * 0{,}3}$ »
   B) On pouvait mettre l'une des deux formules suivantes : « $\underline{= B1 - B2}$ » ou « $\underline{= B1 * 0{,}7}$ »

3) *Un simple tableau de proportionnalité est l'usage de la règle de trois permet de répondre.*

70 %	*42 €*
100%	

$42 \times 100 \div 70 = 60$ **Le prix initial de l'article était de <u>60 €</u>**

Exercice 5

1) Il faut dans un premier temps calculer l'aire de la surface de jeux pour enfants (c'est-à-dire l'aire du triangle PAS)

C'est un triangle rectangle en A. Nous avons donc $Aire_{PAS} = AP \times AS \div 2 = 30 \times 18 \div 2 = 270$.

L'aire de jeux pour enfants est de 270 m^2

Deux sacs sont nécessaires pour recouvrir cette surface ($2 \times 140 = 280$ et $280 > 270$)

$2 \times 13{,}90 = 27{,}80$ **La mairie doit donc prévoir un budget de 27, 80 € dans l'achat de deux sacs de graines pour gazon.**

2) *Plusieurs méthodes possibles.*

Celle que la majorité des élèves devraient choisir est d'utiliser le théorème de Thalès pour déterminer la mesure du segment [RC]. Puis calculer l'aire du triangle PRC et enfin calculer la différence entre les aires des deux triangles PAS et PRC.

- *Ceux qui connaissent la formule pour calculer l'aire d'un trapèze pourront calculer directement l'aire du trapèze ASCR dès qu'ils connaitront la mesure de [RC]*
- *On peut ne pas calculer la mesure du segment [RC] en cherchant le coefficient d'agrandissement entre le triangle PAS et le triangle PRC mais cela compliquait inutilement le problème.*

Calcul de RC.

On sait que les droites (AS) et (RC) sont parallèles car elles sont toutes deux perpendiculaires à une même 3ème droite (PR)

Nous avons $A \in [PR] et\ S \in [PC]$

Donc selon le théorème de Thalès : $\frac{AS}{RC} = \frac{PA}{PR}$ donc $\frac{18}{RC} = \frac{30}{40}$
(Grâce à l'alignement des points :$PR = PA + AR = 30 + 10 = 40$)

Finalement $RC = 18 \times 40 \div 30 = 24$.

Le segment [RC] mesure 24 m.

Méthode rapide : $Aire_{trapéze} = (petite\ base + grande\ base) \times hauteur \div 2$
$Aire_{ASCR} = (AS + RC) \times AR \div 2 = (18 + 24) \times 10 \div 2 = 210$

L'aire du skatepark est de 210 m^2

Méthode plus longue : $Aire_{PRC} = PR \times RC \div 2 = 40 \times 24 \div 2 = 480$

$Aire_{ASCR} = \boldsymbol{Aire_{PRC}} - Aire_{PAS} = 480 - 270 = 210$

L'aire du skatepark est de 210 m^2

Exercice 6

Partie 1)

1) Avec les carreaux de la copie, on trace un carré de côté 2 cm dont le périmètre correspond bien à 8 cm.
Il reste 12 cm de ficelle avec lesquels on trace un triangle équilatéral de coté 4 cm
(On trace le 1er côté avec les carreaux et on utilise le compas pour obtenir le 3ème pi du triangle)

2) $Aire_{carré} = \text{côté} \times \text{côté} = 2 \times 2 = 4$. **L'aire du carré est de 4 cm^2.**

3) $Aire_{triangle} = \text{côté} \times hauteur\ relative \div 2$.

Comme demandé par l'énoncé, on utilise le dessin pour estimer la mesure de la hauteur en utilisant la règle , elle est d'environ 3,5 cm.

On a donc $Aire_{triangle} \approx 4 \times 3{,}5 \div 2$
$Aire_{triangle} \approx 7$ **L'aire du triangle est d'environ 7 cm^2**

- *Les élèves les plus appliqués auront pensé à utiliser le théorème de Pythagore pour déterminer que la hauteur du triangle était exactement de $\sqrt{12}$ cm.*
- *Les élèves les plus débrouillards auront pensé à compter les carreaux à l'intérieur de la figure pour estimer l'aire à 28 carreaux (4 carreaux= $1cm^2$)*
- *Les élèves ayant été fascinés par le cours d'un certain professeur de mathématiques auront appris par cœur la formule de Héron.* $Aire_{triangle} = \sqrt{\frac{12}{2}\left(\frac{12}{2}-4\right)\left(\frac{12}{2}-4\right)\left(\frac{12}{2}-4\right)} = \sqrt{48}$. *L'aire du triangle est donc exactement de* $\sqrt{48}\ cm^2$ *soit environ* $6{,}93\ cm^2$.

Partie 2)

1) En notant x la longueur du morceau n°1. Le côté du carré sera $\frac{x}{4}$ **L'aire du carré sera $\frac{x}{4} \times \frac{x}{4} = \frac{x^2}{16}$**

2) On profite au passage pour vérifier sur la courbe les résultats obtenus lors de la partie 1

a) Il faut prendre **une longueur d'environ 3 cm** pour le morceau n°1 afin que l'aire du triangle soit de 14 cm^2

Question subsidiaire 1ère S : On peut déterminer que la valeur exacte est $20 - 2\sqrt{42\sqrt{3}}$

b) Pour que les deux polygones aient la même aire, il faut prendre un morceau n°1 **de longueur environ égale à 9,3 cm** ***(il est difficile ici de faire une meilleure approximation)***

Question subsidiaire pour les élèves de 1èreS : Montrer que la valeur exacte est $-\frac{40}{11}\left(8 + 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3\sqrt{3}} - 9\sqrt{\sqrt{3}}\right)$

Exercice 7

Calcul du volume Eau+boules

On calcule d'abord le volume des 150 boules : $V = 150 \times \frac{4}{3} \times \pi \times 0{,}9^3 \approx 458.$ (le rayon des boules est de 0,9 cm)

Le volume des boules est de environ 458 cm^3.

Les élèves sont censés savoir qu'un litre correspond à $1\ dm^3 = 1000\ cm^3$

Ce qui donne un volume total d'environ 1458 cm^3

Calcul du volume du vase

Le volume du vase se calcule avec la formule $Longueur \times largeur \times hauteur$.

On détermine d'abord les mesures intérieures du vase

Hauteur intérieure=$21{,}7 - 1{,}7 = 20$

Longueur intérieure= largeur intérieure=$9 - 2 \times 0{,}2 = 8{,}6$

$V_{vase} = 20 \times 8{,}6 \times 8{,}6 = 1479{,}2$ Le volume intérieur du vase est de 1479,2 cm^3

$1479{,}2 > 1458$

On peut donc verser le litre d'eau à l'intérieur du vase contenant les 150 billes sans risquer de déborder.